ZADANIA Z INFORMATORA MATURALNEGO – MATURA 2015

1) Liczba $3^{\frac{8}{3}} \cdot \sqrt[3]{9^2}$ jest równa:

A. 3^3 B. $3^{\frac{32}{9}}$ C. 3^4 D. 3^5

2) Liczba $\log 24$ jest równa:

A. $2\log 2 + \log 20$ B. $\log 6 + 2\log 2$ C. $2\log 6 - \log 12$ D. $\log 30 - \log 6$

3) Rozwiązaniem równania $\frac{x-3}{2-x} = \frac{1}{2}$ jest liczba:

A. $-\frac{4}{3}$ B. $-\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{8}{3}$

4) Mniejszą z dwóch liczb spełniających równanie $x^2 + 5x + 6 = 0$ jest:

A. -6 B. -3 C. -2 D. -1

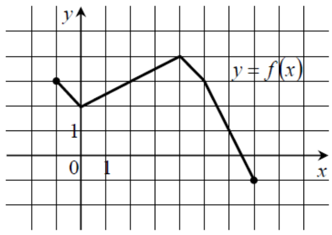
5) Zbiorem rozwiązań nierówności $x^2 \geq 5$ jest:

A. $(-\infty,-\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5},+\infty)$ B. $(-\infty,-\sqrt{5}\rangle \cup \langle\sqrt{5},+\infty)$ C. $\langle\sqrt{5},+\infty)$ D. $\langle 5,+\infty)$

6) Liczba 1 jest miejscem zerowym funkcji liniowej $f(x) = (2-m)x + 1$. Wynika stąd, że:

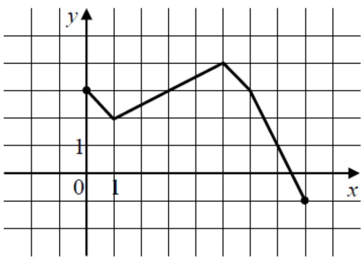
A. $m = 0$ B. $m = 1$ C. $m = 2$ D. $m = 3$

7) Rysunek poniżej przedstawia wykres funkcji $y = f(x)$.

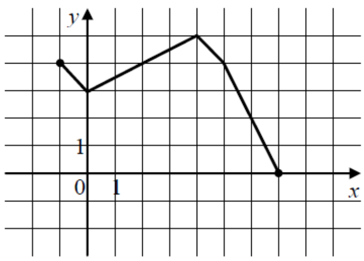


Wskaż rysunek, na którym jest przedstawiony wykres funkcji $y = f(x+1)$

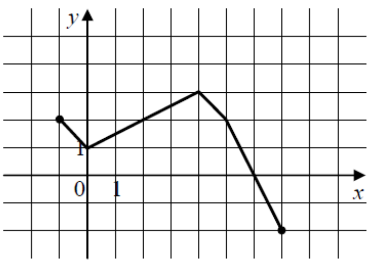
A.



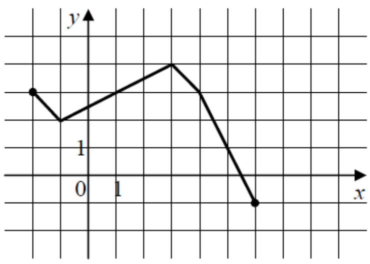
B.



C.



D.



8) Wskaż równanie osi symetrii paraboli określonej równaniem $y = -x^2 + 4x - 11$

A. $x = -4$ B. $x = -2$ C. $x = 2$ D. $x = 4$

9) Prosta o równaniu $y = a$ ma dokładnie jeden punkt wspólny z wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = -x^2 + 6x - 10$. Wynika stąd, że:

A. $a = 3$ B. $a = 0$ C. $a = -1$ D. $a = -3$

10) Jaka jest najmniejsza wartość funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 + 4x - 3$w przedziale $\langle 0,3\rangle$?

A. -7 B. -4 C. -3 D. -2

11) Które z równań opisuje prostą prostopadłą do prostej o równaniu $y = 4x + 5$?

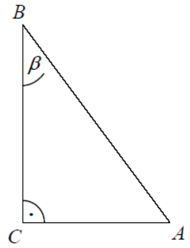
A. $y = -4x + 3$ B. $y = -\frac{1}{4}x + 3$ C. $y = \frac{1}{4}x + 3$ D. $y = 4x + 3$

12) Punkty $A = (-1,3)$ i $C = (7,9)$ są przeciwległymi wierzchołkami prostokąta $ABCD$. Promień okręgu opisanego na tym prostokącie jest równy:

A. 10 B. $6\sqrt{2}$ C. 5 D. $3\sqrt{2}$

13) Dane są długości boków $|BC| = 5$ i $|AC| = 3$ trójkąta prostokątnego ABC o kącie ostrym β (zobacz rysunek). Wtedy:

A. $sin\beta = \frac{3}{5}$ B. $sin\beta = \frac{4}{5}$ C. $sin\beta = \frac{3\sqrt{34}}{34}$ D. $sin\beta = \frac{5\sqrt{34}}{34}$



14) Kątα jest ostry i $sin\alpha = \frac{1}{4}$. Wówczas:

A. $cos\alpha < \frac{3}{4}$ B. $cos\alpha = \frac{3}{4}$ C. $cos\alpha = \frac{\sqrt{13}}{4}$ D. $cos\alpha > \frac{\sqrt{13}}{4}$

15) Kąt α jest ostry i $tg\alpha = \frac{1}{2}$. Jaki warunek spełnia kąt α ?

A. $\alpha < 30°$ B. $\alpha = 30°$ C. $\alpha = 60°$ D. $\alpha > 60°$

16) Kąt środkowy i kąt wpisany w okrąg są oparte na tym samym łuku. Suma ich miar jest równa $180°$. Jaka jest miara kąta środkowego?

A. $60°$ B. $90°$ C. $120°$ D. $135°$

17) Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (-3)^n \cdot (9 - n^2)$ dla $n \geq 1$. Wynika stąd, że:

A. $a_3 = -81$ B. $a_3 = -27$ C. $a_3 = 0$ D. $a_3 > 0$

18) Liczby $x - 1$, 4 i 8(w podanej kolejności) są pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Wówczas liczba x jest równa:

A. 3 B. 1 C. -1 D. -7

19) Liczby -8, 4 i $x + 1$ (w podanej kolejności) są pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu geometrycznego. Wówczas liczba x jest równa:

A. -3 B. $-1{,}5$ C. 1 D. 15

20) Wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych, które są podzielne przez 6 lub przez 10, jest

A. 25 B. 24 C. 21 D. 20

21) Liczba wszystkich sposobów, na jakie Ala i Bartek mogą usiąść na dwóch spośród pięciu miejsc w kinie, jest równa

A. 25 B. 20 C. 15 D. 12

Zadania otwarte

Zad. 22 (0-2)

Rozwiąż równanie $\frac{2-3x}{1-2x} = -\frac{1}{2}$.

Zad. 23 (0-2)

Rozwiąż nierówność $x^2 + 6x - 7 \leq 0$.

Zad. 24 (0-2)
Oblicz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 - 6x + 1$ w przedziale $\langle 0, 1 \rangle$.

Zad. 25 (0-2)
O funkcji liniowej f wiadomo, że $f(1) = 2$ oraz że do wykresu tej funkcji należy punkt $P = (-2, 3)$. Wyznacz wzór funkcji f.

Zad. 26 (0-2)
Napisz równanie prostej równoległej do prostej o równaniu $y = 2x - 11$ i przechodzącej przez punkt $P = (1, 2)$.

Zad. 27 (0-2)
Wyznacz równanie prostej zawierającej środkową CD trójkąta ABC, którego wierzchołkami są punkty: $A = (-2, -1)$, $B = (6, 1)$, $C = (7, 10)$.

Zad. 28 (0-2)
W trójkącie prostokątnym, w którym przyprostokątne mają długości 2 i 4, jeden z kątów ostrych ma miarę α. Oblicz $sin\alpha \cdot cos\alpha$.

Zad. 29 (0-2)
Kąt α jest ostry i $sin\alpha = \frac{1}{4}$. Oblicz $3 + 2tg^2\alpha$.

Zad. 30 (0-2)
Ile wyrazów ujemnych ma ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = n^2 - 2n - 24$ dla $n \geq 1$?

Zad. 31 (0-2)
Liczby 2, $x - 3$, 8 są w podanej kolejności pierwszym, drugim i czwartym wyrazem ciągu arytmetycznego. Oblicz x.

Zad. 32 (0-2)
Wyrazami ciągu arytmetycznego (a_n) są kolejne liczby naturalne, które przy dzieleniu przez 5 dają resztę 2. Ponadto $a_3 = 12$. Oblicz a_{15}.

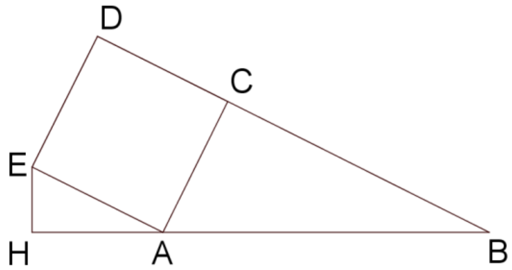
Zad. 33 (0-2)
Dany jest prostokąt o bokach a i b. Zmniejszamy długość boku a o 10% oraz zwiększamy długość boku b o 20%. Wyznacz stosunek $\frac{a}{b}$, jeśli wiadomo, że otrzymany prostokąt ma taki sam obwód jak prostokąt wyjściowy.

Zad. 34 (0-2)
Udowodnij, że jeśli x, y są liczbami rzeczywistymi, to $x^2 + y^2 \geq 2xy$.

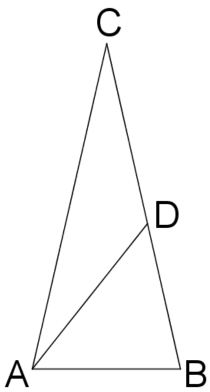
Zad. 35 (0-2)
Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo otrzymania iloczynu liczby oczek równego 5.

Zad. 36 (0-4)
W ciągu arytmetycznym (a_n) dane są wyrazy: $a_3 = 4$, $a_6 = 19$. Ile wyrazów tego ciągu należy do przedziału $(0, 200)$?

Zad. 37 (0-4)
Na zewnątrz trójkąta prostokątnego ABC, w którym $|\sphericalangle ACB| = 90°$ oraz $|AC| = 5$, $|BC| = 12$ zbudowano kwadrat $ACDE$ (zobacz rys. 1.). Punkt H leży na prostej AB i kąt $|\sphericalangle EHA| = 90°$. Oblicz pole trójkąta HAE.



rys. 1.



rys. 2.

Zad. 38 (0-4)
Punkt D leży na boku BC trójkąta równoramiennego ABC, w którym $|AC| = |BC|$. Odcinek AD dzieli trójkąt ABC na dwa trójkąty równoramienne w taki sposób, że $|AD| = |CD|$ oraz $|AB| = |BD|$ (zobacz rys. 2.). Udowodnij, że $|\sphericalangle ADC| = 5 \cdot |\sphericalangle ACD|$.

Zad. 39 (0-2)
Oblicz sinus kąta między przekątną sześcianu a jego płaszczyzną podstawy.

Zad. 40 (0-4)
W graniastosłupie czworokątnym prawidłowym przekątna o długości d jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α takim, że $sin\alpha = 0{,}2$. Wyznacz objętość tego graniastosłupa.

Zad. 41 (0-4)
Oblicz, ile jest wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje jedna cyfra nieparzysta i trzy cyfry parzyste.
Uwaga: przypominamy, że zero jest liczbą parzystą.

Zad. 42 (0-4)
Z pojemnika, w którym jest pięć losów: dwa wygrywające i trzy puste, losujemy dwa razy po jednym losie bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo, że otrzymamy co najmniej jeden los wygrywający. Wynik przedstaw w postaci ułamka nieskracalnego.

Zad. 43 (0-3)
Wykaż, że prawdziwa jest nierówność $\sqrt{2^{50}+1} + \sqrt{2^{50}-1} < 2^{26}$.

Zad. 44 (0-5)
W roku 2015 na uroczystości urodzinowej ktoś spytał jubilata, ile ma lat. Jubilat odpowiedział: jeżeli swój wiek sprzed 27 lat pomnożę przez swój wiek za 15 lat, to otrzymam rok swojego urodzenia. Oblicz ile lat ma ten jubilat.